



# Distorsions optiques : correction dans un modele projectif

P. Brand, Roger Mohr, P. Bobet

## ► To cite this version:

P. Brand, Roger Mohr, P. Bobet. Distorsions optiques : correction dans un modele projectif. RR-1933, INRIA. 1993. inria-00074741

**HAL Id: inria-00074741**

**<https://inria.hal.science/inria-00074741>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

*Distorsions optiques :  
Correction dans  
un modèle projectif*

Pascal BRAND  
Roger MOHR  
Philippe BOBET

N° 1933  
Juin 1993

PROGRAMME 4

Robotique, image  
et  
vision

*Rapport  
de recherche*

1993

# Distorsions Optiques : Correction dans un Modèle Projectif

Pascal BRAND

Roger MOHR

Philippe BOBET

## Résumé

Ce rapport étudie la correction du modèle sténopé comme système de formation d'images. Il se base sur deux résultats géométriques : toute projection perspective est une transformation projective et la réciproque est vraie si la matrice de projection a son premier déterminant  $3 \times 3$  non nul ; d'autre part une transformation réelle est projective si et seulement si les droites se projettent en droite.

La technique consiste donc à étudier la déformation des droites, la correction à apporter à ces déformations. De telles corrections ne sont définies que à une transformation projective près et doivent donc être vues comme des corrections projectives. Elles n'ont aucun lien direct avec la distorsion optique discutée dans certains autres travaux.

Des expérimentations montrent que la précision atteinte de façon répétable est le 2/100 de point dans une image. On montre aussi la variation de la correction en fonction de l'ouverture et de la mise au point.

# Optical Distortions : Correction in a Projective Model

## Abstract

This report studies what corrections should be provided to the image of a real camera in order to perform a true pin-hole projection. The method presented here is based on two main results in geometry: Firstly a pin-hole model is a projective transformation and conversely a projective transformation can be seen as a pin-hole projection if its first  $3 \times 3$  determinant is not zero; Secondly a transformation in real geometry is projective if it maps lines onto lines.

The established technique studies therefore the behaviour of a network of projected lines and provides the needed local correction, up to a collineation. Therefore such a correction should be seen as a projective correction and it is not related to the so called optical distortion.

Experimental results show the stability and the accuracy of the process (2/100 of a pixel) and some results obtained when varying aperture and focusing.

# 1 Introduction

La précision est un aspect actuellement encore peu abordé en vision par ordinateur. Alors que la précision du pixel était considérée comme suffisante, nous observons actuellement qu'elle interdit des applications quantitatives telles que la reconstruction tridimensionnelle de l'environnement perçu. Ainsi, de plus en plus de programmes de vision (calibrage de caméra, reconstruction 3D de scènes) ont besoin d'une grande précision pour les données qu'ils manipulent. Le modèle géométrique habituellement choisi pour la modélisation de la formation d'images est le modèle sténopé, qui se présente comme une application projective de l'espace  $\mathbb{P}^3$  dans  $\mathbb{P}^2$ . Ce modèle est correct si et seulement si toute droite se projette en une droite [19]. Malheureusement, plusieurs sources de distorsions viennent perturber ce modèle :

- les lentilles ne sont pas précisément orthogonales à l'axe optique, entraînant ainsi des distorsions tangentielles.
- les lentilles présentent de légères courbures, faisant apparaître des distorsions radiales.

Très tôt, les photogrammètres, comme Brown et Faig, ont introduit des modèles de distorsion lorsqu'ils voulaient calibrer une caméra [3, 6]. Leur méthode de calibrage se base sur des considérations géométriques, auxquelles une modélisation mathématique a été rajoutée [1].

Par la suite, les roboticiens et les auteurs de vision par ordinateurs, notamment Tsai, ont aussi complété le modèle sténopé classique en ajoutant, aux paramètres internes de la caméra, des coefficients de distorsions radiales [21, 5]. Plus tard, ils se sont attachés, dans [11, 15], à calculer très précisément le facteur d'échelle horizontal et le centre de la caméra pour un modèle de caméra comprenant ce type de distorsions. Ensuite, cette méthode de calcul du calibrage d'une caméra a été simplifiée dans [14], tout en conservant ce modèle de caméra.

Ce modèle a enfin été complété en lui ajoutant des distorsions tangentielles [12] et des distorsions ayant l'effet d'un prisme mince devant la caméra [23, 24]. Ce prisme mince rajoute des distorsions à la fois radiales et tangentielles [3]. Growsky et Tamburino [7] ont modélisé les distorsions par des polynômes de degrés supérieur à 2, mais sans se préoccuper de connaître l'origine de ces distorsions (modélisation plus générale). L'ajout de telles distorsions est intéressant, mais certains auteurs, comme Beyer [1], pensent qu'un calibrage comprenant uniquement des distorsions radiales semble suffisamment précis sans rajouter d'autres difficultés.

Hung et Shieh [10] semblent s'opposer à un calibrage de caméra comprenant systématiquement des distorsions. En effet, cela complique à la fois le calibrage et le traitement des images une fois les caractéristiques de la caméra connues. Par exemple, la projection de points 3D en points image 2D n'est plus linéaire, les lignes épipolaires ne sont plus droites... Un tel calibrage sera ainsi inutile lorsque le résultat obtenu paraît dérisoire par rapport aux efforts mis en jeu (notamment lorsque l'extraction d'entités ne peut se faire avec une précision suffisante).

Certains auteurs ont voulu se détacher de la contrainte du modèle sténopé qui n'est pas toujours vérifiée. C'est ainsi qu'est apparue la méthode de calibrage de caméra par les biplans. Elle fut introduite par Martins *et al.* [13], puis améliorée notamment par Wei et Ma dans [22]. Son principe est de reconstruire, pour chaque pixel de l'image, sa ligne de vue associée grâce à deux plans de calibrage. Sa principale différence avec le modèle sténopé classique est le fait que les lignes de vues ne sont plus concourantes. La méthode de calibrage par les biplans a été généralisée pour  $n$  plans, chaque ligne de vues n'étant plus caractérisée par 2 points, mais par  $n$  points [4].

Le modèle sténopé a aussi été généralisé pour donner aux caméras le modèle de la lentille mince [9, 20]. Il permet, par l'ajout de plusieurs lentilles, de prendre en compte la netteté d'une image, et aussi de pouvoir régler l'ouverture de l'iris de la caméra.

La méthode développée dans ce rapport fut introduite par B. Peuchot dans [17]. Elle se distingue des autres méthodes énumérées précédemment par le fait qu'on ne cherche pas à trouver une modélisation de la caméra. Nous allons simplement transformer points par points

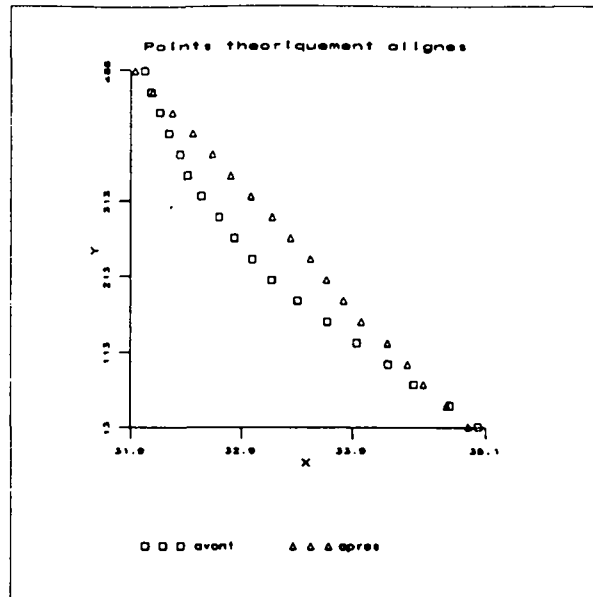


FIG. 1 - : Les carrés indiquent la projection sur le plan image de points 3D théoriquement alignés, avant la correction des distorsions. Les triangles montrent ces même points après correction des distorsions. Les facteurs d'échelles suivant les axes  $x$  et  $y$  sont différents afin d'accentuer les courbures

l'image fournie par une caméra ne suivant pas le modèle sténopé, de façon à obtenir une image qui est une projection perspective de la scène que l'on observe. Ainsi, notre but est de replacer des données dans le modèle sténopé.

Dans un premier temps, nous présenterons l'algorithme de correction de distorsions. Il se base sur l'observation d'une mire. Nous verrons alors que la principale difficulté de l'algorithme réside dans l'extraction des indices de la mire. Puis, nous testerons cette méthode sur des données réelles, en vérifiant la stabilité au cours du temps du processus, et en analysant les perturbations sur les distorsions qu'engendre un changement des caractéristiques de la caméra. Enfin, et avant de conclure, nous étudierons le gain de précision obtenu lorsque l'on corrige les distorsions.

## 2 Principe

Dans cette section, nous allons présenter un algorithme qui corrige les distorsions de la caméra par rapport au modèle sténopé. Rappelons que le modèle sténopé est une transformation projective de  $P^3 \rightarrow P^2$ , et qu'ainsi les droites 3D de la scène observée se projettent en droites 2D dans l'image. Comme le montre la figure 1, la caméra ne suit pas exactement ce modèle. La correction des distorsions s'avère donc nécessaire.

Dans cette section, nous allons présenter le principe de l'algorithme qui transforme points par points une image prise par une caméra qui ne suit pas le modèle sténopé en une image qui est une projection perspective de la scène observée.

Pour cela, toute notre étude sera basée sur le théorème suivant [19]

**Théorème** *Toute transformation réelle duale qui transforme les points en points et les droites en droites est une transformation projective réelle.*

Pour nous replacer dans le modèle sténopé, nous allons donc redresser les lignes de l'images qui devraient être théoriquement droites.

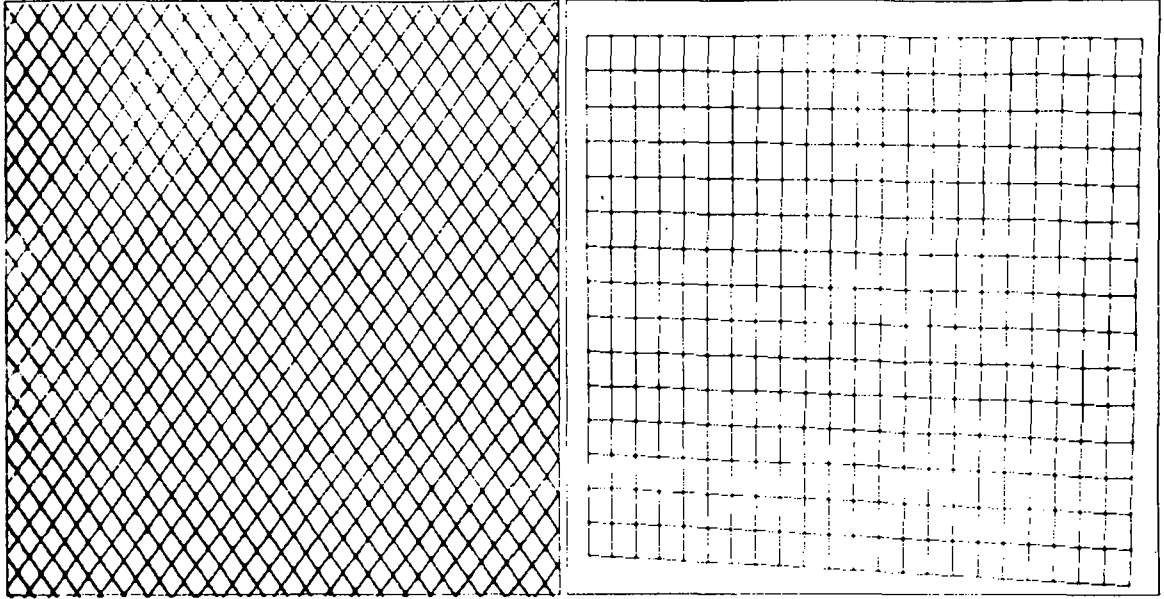


FIG. 2 - : a) Image de la mire utilisée pour corriger les distorsions. b) Grille extraite de cette image

Pour cela, nous allons transformer l'image acquise par la caméra de telle sorte que les droites de la scène se transforment en droites sur le plan image. Cette transformation est basée sur l'observation d'une mire semblable à celle de la figure 2a. Cette mire est composée de lignes qui s'intersectent pour former des croix. Nous détectons alors la position sub-pixel de chaque point d'intersection. En reliant les croix d'une manière adéquate, nous pouvons créer une grille (cf fig 2b). Chaque ligne de la grille devrait être droite si l'hypothèse du modèle sténopé était exacte (cf fig 1).

Dans un premier temps, nous allons transformer la grille croix par croix afin d'obtenir une grille dont les lignes sont des droites. Ainsi, nous allons placer la croix la plus haut à gauche en la coordonnée (0,0), la croix à sa droite en (0,1), la croix immédiatement en bas en (1,0) ... Ce nouveau repère est appelé le repère virtuel (cf fig 3a).

Ainsi, nous avons défini une transformation points par points pour les points d'intersection des lignes de l'image. Cette transformation nous permet d'aligner les croix, et donc de nous replacer dans le modèle sténopé. Il suffit alors de généraliser cette transformation à tous les points de l'image. Ainsi la transformation  $T$  pour un point quelconque de l'image est définie par l'interpolation bi-linéaire des 4 points d'intersection qui entourent ce point.

Les points exprimés dans le repère virtuel ne subissent donc aucune distorsion par rapport au modèle sténopé classique de la caméra. Comme ce repère virtuel est éloigné du repère pixel, nous reprojets les points exprimés dans le repère virtuel dans un repère proche du repère pixel (cf fig 3b). Pour cela, nous définissons une transformation projective  $M : \mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$  grâce à 4 points que nous choisissons comme base, et pour lesquels nous imposons l'a priori d'une correction de distorsion nulle :

soient 4 points  $p_i$ ,  $i = 1 \dots 4$ , exprimés dans l'image initiale. Ils sont transformés en  $q_i = T(p_i)$ ,  $i = 1 \dots 4$ , exprimés dans le repère virtuel. On cherche alors la matrice  $M$ , de dimension  $3 \times 3$ , définie à un facteur d'échelle près, telle que

$$\forall i = 1, \dots, 4, \quad M \cdot q_i = p_i$$

$p_i$  et  $q_i$  étant exprimés en coordonnées homogènes.

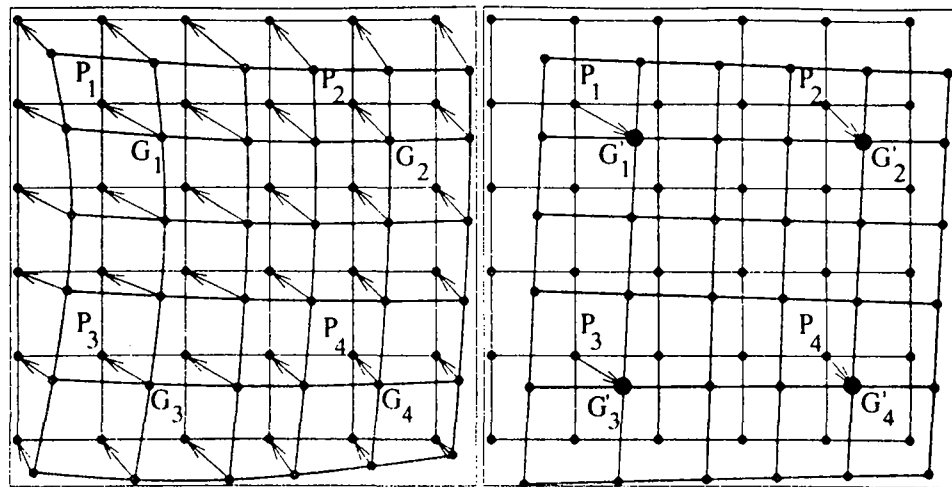


FIG. 3 - : a) Transformation des points de la grille du repère pixel vers le repère virtuel, b) Transformation des points du repère virtuel par une transformation projective

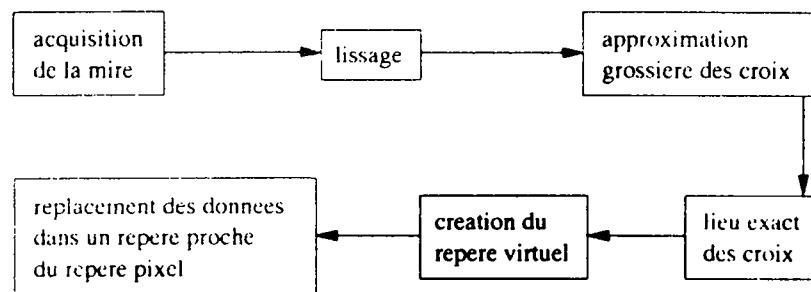


FIG. 4 - : Algorithme de correction des distorsions engendrées par la caméra

Dans la pratique, ces 4 points seront choisis sur les bords de l'image afin de réduire l'influence des erreurs dues à l'extraction des points d'intersection environnants.

La reprojection des points dans un repère proche du repère pixel permet

1. une meilleure visualisation des distorsions.
2. de pouvoir comparer les distorsions de 2 caméras car le repère virtuel dépend de la position de la mire. En effet, si l'on veut faire une telle comparaison, il faudra prendre 2 images différentes de la mire. Les 2 repères virtuels créés sont alors différents. La reprojection des points du repère virtuel dans un autre repère permet, si les 2 ensembles de 4 points définissant les projections sont identiques, de représenter chaque image corrigée dans un même repère. Ainsi, une comparaison des distorsions de 2 caméras différentes est possible.

L'algorithme général de suppression des distorsions est schématisé par la figure 4. Nous fixons votre attention sur le fait que les corrections de distorsions sont réalisées à une **transformation projective** près. De plus, comme tout cet algorithme est basé sur le fait que chaque point d'intersection est extrait très précisément, nous allons dans la suite concentrer nos efforts sur la localisation précise des croix.

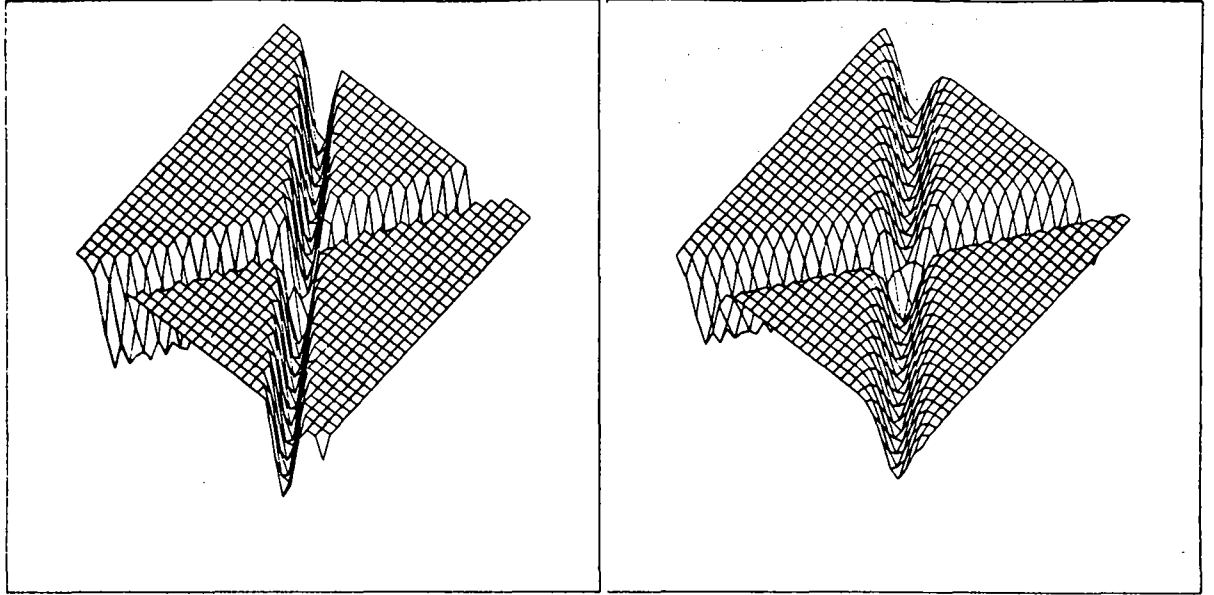


FIG. 5 - : a) Visualisation des intensités réelles autour d'une croix. b) Approximation par une fonction de type double-gaussienne

### 3 Positionnement des points d'intersection

Dans cette section, nous présentons 2 méthodes pour détecter précisément la position des points d'intersection de la mire. Elles procèdent par la recherche de minima locaux de fonctions, et ont donc besoin d'une approximation initiale de la position des points pour être initialisées. Cette approximation a été réalisée ici par la recherche des minima locaux des intensités lumineuses de l'image. Un tel algorithme nous fournit une approximation grossière de la position des points à  $\pm 2$  pixels près.

Les deux méthodes présentées ci-dessous tentent de modéliser mathématiquement le signal de l'image aux alentours d'un point d'intersection des lignes de la mire. La première méthode modélise les intensités lumineuses de l'image autour de ce point par une fonction qui a la forme d'une double-gaussienne. La seconde méthode prend le problème d'une manière plus locale, en recherchant les droites qui composent la croix. Pour cela, on s'appuie sur des fonctions B.splines.

Pour ces 2 méthodes, nous prendrons comme hypothèse le fait que les distorsions sont négligeables localement. Ainsi, des petites droites 3D se projettent bien suivant des droites 2D sur le plan image.

#### 3.1 Par la double gaussienne

Cette méthode a été mise au point par B. Peuchot [17, 16]. On tente de modéliser de façon globale les intensités  $I(u, v)$  au voisinage d'un point d'intersection. La figure 5a représente, pour chaque pixel  $(u, v)$  (en abscisse et en ordonnée), son intensité lumineuse  $I(u, v)$  (suivant l'axe des  $z$ ).

Ainsi, on va rechercher une fonction paramétrée  $T(u, v)$  qui devra modéliser au mieux  $I(u, v)$  sur une surface  $S$  qui contient la position approximative du point (cf fig 5b). Pour cela, on cherche les paramètres de  $T$  de façon à minimiser

$$\chi^2 = \min_{\{\text{paramètres}\}} \left[ \sum_{(u,v) \in S} (T(u, v) - I(u, v))^2 \right]$$



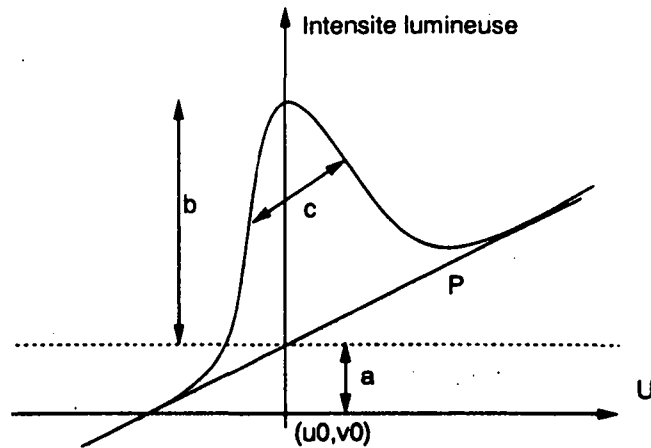


FIG. 6 - : Vue, suivant l'axe des  $u$ , de la double-gaussienne

Voici la forme de  $T$  qui paraît la plus adéquate pour modéliser une croix :

$$T(u, v) = a + b \cdot e^{-c^2(u-u_0)^2} + f \cdot e^{-g^2(v-v_0)^2} + p(u - u_0) + q(v - v_0)$$

où (cf fig 6)

- $T(u, v)$  est l'intensité lumineuse théorique autour du point.
- $a$  est la valeur de l'intensité lumineuse du fond.
- $b$  et  $f$  sont les amplitudes de chaque gaussienne. Elles caractérisent la différence entre les intensités lumineuses extrêmes.
- $c$  et  $g$  sont les largeurs des gaussiennes. Elles caractérisent donc la netteté de la croix. Ainsi, un  $g$  grand sera le signe d'une croix nette.
- $(u_0, v_0)$  est la position du point recherché.
- $p$  et  $q$  sont des paramètres qui gèrent l'atténuation du contraste que peut subir chaque droite.

On cherche donc 11 paramètres (les 9 précédents cités ci-dessus, auxquels on ajoute l'orientation de la grille et le rapport des facteurs d'échelles sur les axes  $x$  et  $y$  de la caméra) de façon à faire correspondre au maximum le signal théorique  $T(u, v)$  avec le signal réel  $I(u, v)$  pour  $(u, v) \in S$ . Une fois tous les paramètres trouvés, nous connaissons l'emplacement de notre point :  $(u_0, v_0)$ .

Cette estimation non-linéaire aux moindres carrés des paramètres de la fonction  $T$  a été réalisée par la méthode de "Levenberg-Marquardt" [18]. Cet algorithme de modélisation de données par une fonction non linéaire est une généralisation de l'algorithme de "Gauss-Newton". Les données à fournir à cet algorithme sont :

- une approximation initiale de chaque paramètre.
- $I(u, v)$  et  $T(u, v)$
- les dérivées  $\partial T(u, v) / \partial x$  pour chaque paramètre  $x$  de la fonction  $T$ .

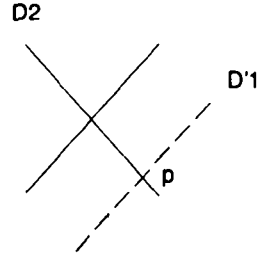


FIG. 7 - : on cherche  $p = D_2 \cap D'_1$

On peut formuler 2 remarques sur cette modélisation :

1. On peut rajouter un paramètre supplémentaire à la fonction  $T$  pour introduire l'orientation d'une ligne formant la croix par rapport à l'autre. Ainsi, cela permettrait la recherche de la position de l'intersection de 2 droites non orthogonales.
2. La résolution de ce système d'équations se fait par une optimisation non-linéaire. On n'est ainsi pas certain de la convergence du système d'équations, qui peut très bien converger vers un minimum local de la fonction à minimiser et non vers le minimum global cherché.

### 3.2 Par les B\_splines

Contrairement à la méthode précédente qui étudie de manière globale l'ensemble autour d'un point à extraire, cette méthode reste très locale à chaque élément formant ce point. Trivialement, nous cherchons l'intersection de 2 droites, et chaque droite est constituée de points. C'est ces points que nous allons vouloir détecter.

Connaissant la position approximative  $O^{(a)}$  de la croix, on peut connaître son orientation approximative. On connaît alors  $D_1^{(a)}$  et  $D_2^{(a)}$ , les positions grossières des droites  $D_1$  et  $D_2$  qui composent le point à extraire.

Dans un premier temps, nous allons calculer la position exacte de la droite  $D_2$ . Nous allons donc rechercher le plus précisément possible un grand nombre de points qui composent la droite  $D_2$ . Pour cela, on fait glisser, le long de  $D_2^{(a)}$ , la droite  $D_1^{(a)}$  en une position  $D'_1$  (cf fig 7). Nous allons alors détecter précisément la position du point d'intersection  $p = D_2 \cap D'_1$ .  $p$  sera le point le plus sombre de  $D'_1$ , c'est à dire celui de  $D'_1$  dont l'intensité lumineuse est la plus faible.

Il faut donc connaître l'intensité lumineuse de chaque point de  $D'_1$ . En discrétisant  $D'_1$  par l'algorithme de Bresenham, on obtient la position de chaque pixel de  $D'_1$  et donc leur intensité lumineuse. Puis en interpolant cette fonction discrète par des B\_splines cubiques [18], on trouve (cf fig 8a)

$$s(x) = \sum_{j=-3}^{n-1} \alpha_j B_j(x)$$

où

$n$  est le nombre de points discrets de la droite  $D'_1$ . Dans la pratique,  $n \approx 25$ .

$B_j(x)$  est un polynôme de degrés 3 suivant la variable  $x$ .

$s(x)$  est l'interpolation par une B\_spline cubique des points discrets de  $D'_1$ .  $s(x)$  correspond à l'intensité lumineuse d'un point se trouvant à la position  $x$  sur la droite  $D'_1$ . Cette fonction est de classe  $C^2$ .

Alors, on trouve

$$p = \min_x s(x)$$

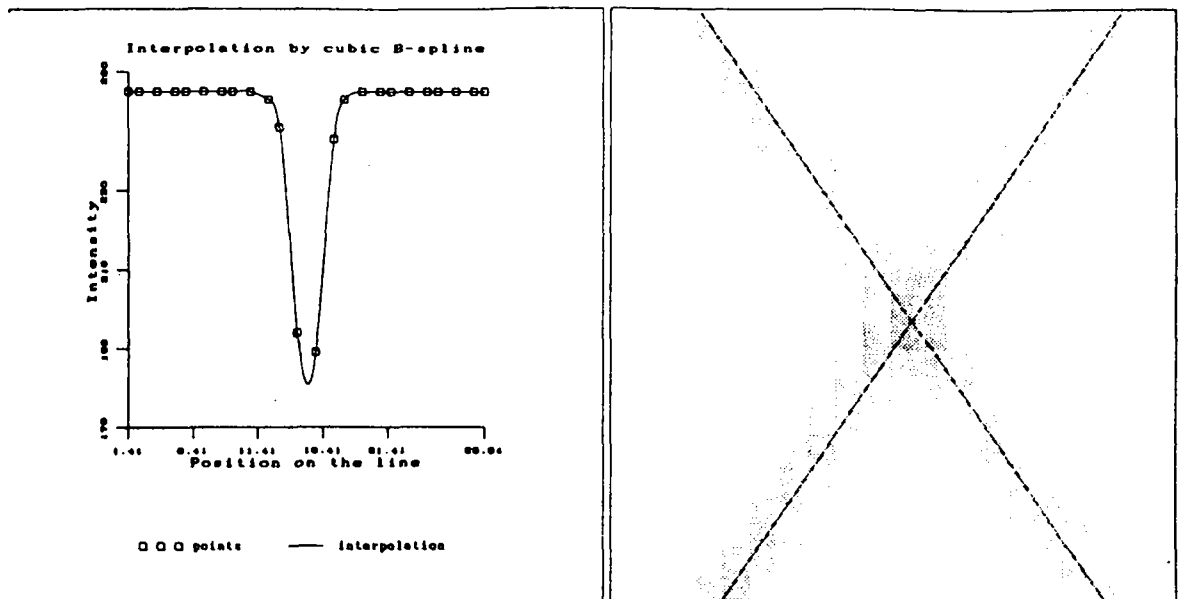


FIG. 8 - : a) Intensité lumineuse le long de  $D'_1$ , et son approximation par les B.splines et b) Zoom de l'image à l'intersection de 2 lignes de la mire, et l'extraction de ces lignes

On a donc trouvé un point de  $D_2$ . En plaçant  $D'_1$  en  $m$  positions de  $D_2$  (en pratique,  $m \approx 30$ ), on trouve  $m$  points de  $D_2$ . Ainsi, on peut déduire, par une méthode linéaire [18], l'équation de  $D_2$  qui passe au mieux, au sens des moindres carrés, par les  $m$  points  $p$  trouvés.

Une fois l'équation de  $D_2$  obtenue, on opère de la même façon pour acquérir celle de  $D_1$ . On peut alors calculer précisément la position du point  $O$  (cf fig 8b)

$$O = D_1 \cap D_2$$

Connaissant la position approximative des droites, nous n'avons à utiliser des méthodes d'optimisations que sur un nombre relativement faible de paramètres. Ceci procure un gain de temps d'exécution, mais aussi permet, comme l'optimisation est linéaire, de ne pas tomber dans le piège des minimas locaux de fonctions.

## 4 Tests

Dans cette partie du rapport, nous avons réalisé quelques tests afin de vérifier l'exactitude de cette méthode. En premier lieu, nous décrivons le matériel utilisé lors de ces tests. Ensuite, nous nous intéressons à la qualité d'extraction des croix. Puis, nous observerons les caractéristiques de la caméra qui peuvent être un facteur de distorsions. Enfin, nous étudierons la qualité des corrections des distorsions.

### 4.1 Conditions d'expériences

Des tests de qualité des corrections ont été effectués. Ils utilisent des images acquises par une caméra PULNIX TM-6EX, couplée à un objectif de longueur focale égale à 12.5 mm. La carte de conversion des images prises par la caméra vers l'ordinateur est une carte d'acquisition de "Imaging Technology Incorporated Series 150". Cette carte nous fournit des images digitalisées de taille  $512 \times 512$  pixels.

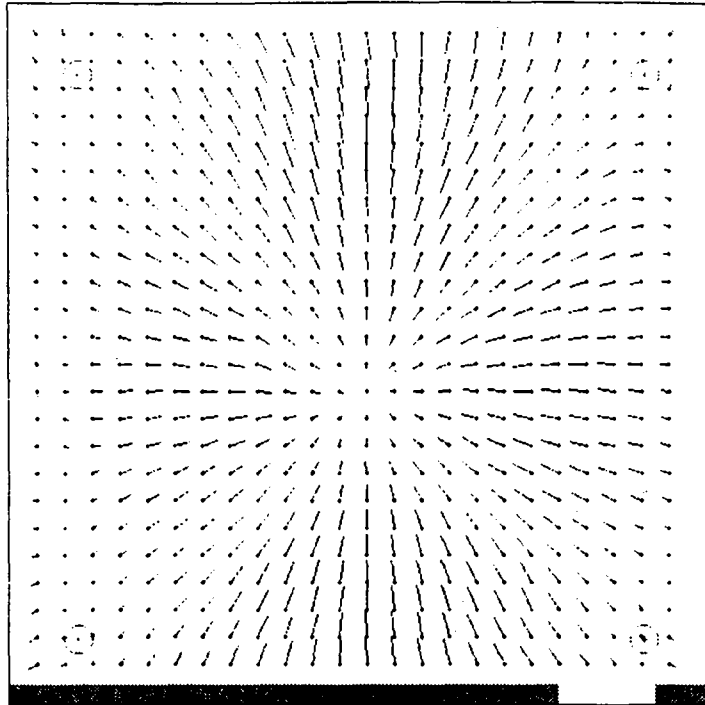


FIG. 9 - : Affichage des distorsions. Les points entourés sont les points fixés comme invariants. Chaque croix représente un pixel, et chaque ligne montre la direction de la correction que l'on doit apporter

La mire utilisée a été réalisée par un procédé de phototraçage laser (Disk), avec une résolution de 2000 lignes par pouce. Le support utilisé est un film polyester transparent clair, de 18/100<sup>ème</sup> de millimètre d'épaisseur (Dupond de Nemours).

Lors de ces expériences, la mire est posée à plat, mais elle n'est pas fixée. La caméra se trouve à peu près à la verticale de la mire afin que tous les points d'intersection des lignes de la mire soient nettes dans l'image (cela favorise leur bonne extraction).

La mire a été placée de façon à avoir ses lignes obliques dans l'image. Si celles-ci suivaient les directions verticales et horizontales, alors il pourrait apparaître des biais dans l'extraction des lignes qui forment la mire, et donc un biais dans l'extraction du point d'intersection.

La figure 9 montre une image de distorsions obtenue dans de telles conditions d'expérience. Dans cette image, on a corrigé chaque croix. Chaque ligne partant d'une croix montre la direction de la correction à apporter. La longueur de ces lignes est 40 fois supérieure au module du vecteur de correction à appliquer aux croix respectives.

Les 4 points entourés sont les points fixés comme invariants, c'est à dire que nous les considéreront comme ne subissant aucune distorsion. Ce sont ces 4 points qui définissent la transformation projective qui reprojette les points exprimés dans le repère virtuel vers un repère plus proche du repère pixel.

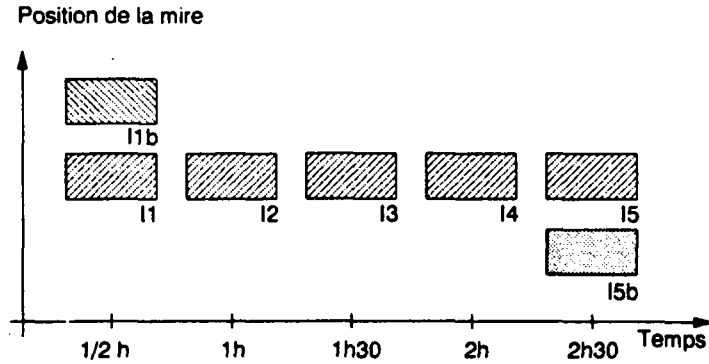


FIG. 10 - : Conditions expérimentales afin de montrer la stabilité du processus

## 4.2 Critère d'extraction des croix

Lors de la modélisation par la double-gaussienne, le critère d'extraction des croix est la valeur  $ssn$  qui est définie par :

$$ssn = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

où

$n$  est l'aire de la surface  $S$ , surface où l'on tente de faire correspondre le signal réel d'intensité lumineuse  $I(u, v)$  avec le signal théorique  $T(u, v)$ .

$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$  avec  $\varepsilon_i = T(u_i, v_i) - I(u_i, v_i)$  pour les  $n$  points  $(u_i, v_i)$  de  $S$ .

Ainsi,  $ssn$  représente la moyenne des différences en niveau de gris entre le signal réel  $I(u, v)$  et sa modélisation théorique  $T(u, v)$ . Expérimentalement, nous avons obtenu 2.5 comme valeur de  $ssn$ . Mais nous n'avons pas de support théorique pour bien apprécier cette valeur.

Lorsque l'on cherche la position de notre croix par la méthode des B-splines, nous construisons des droites d'équations  $y = a + bx$  à partir de  $n$  points  $(x_i, y_i)$ . Nous avons un critère d'alignement de ces points :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - a - bx_i}{\sqrt{1 + b^2}} \right)^2$$

Ainsi, nous pouvons calculer l'écart-type  $\sigma$  des erreurs d'alignements pour chaque droite :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

Lors de nos tests, nous avons obtenu  $\sigma \approx 0.06$ , pour environ 30 points. Ainsi, l'erreur moyenne répartie des alignements des points extraits est égale à 0.06 pixel, avec une erreur qui ne peut dépasser  $\sqrt{\chi^2} = 0.32$  pixel.

L'erreur d'extraction des points de la droite semble donc être favorable à l'obtention d'une bonne extraction des lignes, et ainsi d'une bonne extraction du point intersection de ces 2 lignes.

## 4.3 Stabilité du processus

### 4.3.1 Expérience

Sept images de la mire ont été photographiées sous une lumière créée par des néons. Les images ont été prises suivant l'expérience reproduite sur la figure 10. Les images sont numérotées  $I_{1b}, I_1 \dots I_5, I_{5b}$ . Les images  $I_{1b}$  et  $I_1$  ont été prises à des moments très proches dans le temps,

mais la mire a subi un déplacement entre les 2 prises d'images. Les images  $I_1 \dots I_5$  ont été prises toutes les demi-heures, mais en laissant la mire immobile. Les mires  $I_5$  et  $I_{5b}$  ont été photographiées presque simultanément, mais pour des positions différentes de la mire.

Dans les différentes corrections (suivant la mire utilisée), les 4 points invariants considérés comme ne subissant aucune distorsion par rapport au modèle sténopé classique sont toujours les mêmes. Ainsi, les corrections obtenues seront théoriquement égales malgré les changements de mire. Ils sont placés aux quatre coins de l'image, décalés de 50 pixels par rapport à chaque coin.

Cette expérience va nous permettre d'étudier la stabilité, dans l'espace, et aussi au cours du temps, du processus de corrections de distorsions des caméras :

- Dans l'espace, il est important de vérifier le fait que la position de la mire ne joue pas un grand rôle sur les corrections que l'on apporte, auquel cas la méthode serait mauvaise.

Dans le temps, la prise de vue est instable pour diverses raisons :

1. **à cause de l'éclairage:** La lumière qui éclaire la scène est créée par des néons, ce qui provoque une lumière très instable.
2. **à cause du matériel:** La caméra utilisée est une caméra de type CCD (Charge Coupled Device). Elle convertit chaque photon en un signal électrique par le biais d'ionisation de cellules. Boie et Cox, dans [2], ont montré que cette ionisation introduisait un bruit qui suit une loi de poisson. Cette loi possède une variance plus ou moins forte suivant l'intensité de l'image. De plus, ce bruit est non corrélé entre chaque pixel voisin. Dans [8], Healey et Kondepudy analysent également le bruit causé par une caméra CCD, et en tirent une modélisation.

L'utilisation d'un digitaliseur d'image contribue aussi à rajouter du bruit à l'image. La désynchronisation de l'horloge de la caméra et de celle du digitaliseur, qui peut atteindre 5%, d'après Lenz et Tsai [11], peut aussi ajouter des distorsions.

Enfin, tous ces appareils contiennent des composants électroniques très sensibles. On va donc vérifier le fait que les distorsions ne sont pas affectées par une longue utilisation de la caméra.

### 4.3.2 Résultats

**Stabilité des prises d'images :** dans un premier temps, nous avons estimé le bruit introduit à chaque prise d'images (cf tableau 1). Si  $I_i(x, y)$  représente l'intensité du pixel  $(x, y)$  dans l'image  $i$ , et  $n$  le nombre de pixels d'une image, alors nous avons calculé, avec  $i, j = 1 \dots 5$  :

$$\begin{aligned} \max &= \max_{x,y} |I_i(x, y) - I_j(x, y)| \\ \text{moy} &= \frac{1}{n} \sum_{x,y} (I_i(x, y) - I_j(x, y)) \\ \sigma &= \left( \frac{1}{n} \sum_{x,y} (I_i(x, y) - I_j(x, y))^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Nous nous apercevons que les valeurs du tableau 1 sont importantes, surtout les valeurs des écarts-types  $\sigma$ . La faible stabilité des images risque donc de troubler la stabilité du processus de correction des distorsions.

	$I_1 \rightarrow I_2$	$I_1 \rightarrow I_3$	$I_1 \rightarrow I_4$	$I_1 \rightarrow I_5$	$I_4 \rightarrow I_5$
max	22	28	32	45	58
moy	0.31	3.44	3.67	0.39	-3.28
$\sigma$	2.30	6.58	7.16	8.93	12.13

	$I_2 \rightarrow I_3$	$I_2 \rightarrow I_4$	$I_2 \rightarrow I_5$	$I_3 \rightarrow I_4$	$I_3 \rightarrow I_5$
max	34	35	43	20	57
moy	3.12	3.36	0.08	0.28	-3.05
$\sigma$	6.39	7.20	7.56	2.04	11.05

TAB. 1 - : Différence, en intensité lumineuse, d'images théoriquement identiques

**Stabilité des corrections:** ensuite, nous avons comparé les corrections apportées suivant l'image de la mire que l'on utilise. Les résultats de ces tests se trouvent dans les tableaux 2 et 3 (suivant la méthode d'extraction des croix utilisée), où

$$\max = \max_{(x,y)} \|C^i(x,y) - C^j(x,y)\|$$

$$\sigma = \left( \frac{1}{n} \sum_{(x,y)} \|C^i(x,y) - C^j(x,y)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

lorsque  $C^i(x,y)$  est le vecteur de la correction apportée au point de coordonnées  $(x,y)$ , si la mire  $i$  est utilisée pour corriger l'image. Les 7 images ( $i, j = 1b, 1 \dots 5, 5b$ ) ont été utilisées pour calculer les distorsions de la caméra. Les conclusions que l'on peut tirer de ces chiffres sont :

1. La méthode utilisant les B\_splines semble plus stable que celle qui modélise une croix par une double-gaussienne. En effet, nous avons :

double-gaussienne	B_spline
$\max_{\min}^{(g)} = 0.068 \leq \max^{(g)} \leq 0.116$	$0.026 \leq \max^{(b)} \leq 0.080 = \max_{\max}^{(b)}$
$\sigma_{\min}^{(g)} = 0.023 \leq \sigma^{(g)} \leq 0.039$	$0.012 \leq \sigma^{(b)} \leq 0.028 = \sigma_{\max}^{(b)}$

Ainsi,  $\sigma_{\max}^{(b)} \approx \sigma_{\min}^{(g)}$ , ce qui est très favorable à la méthode utilisant les B\_splines. Pour le maximum des erreurs, cela est moins flagrant, sauf si l'on considère que la valeur  $\max^{(b)} = 0.080$  est un "accident" si on la compare aux autres valeurs de  $\max^{(b)}$ .

De plus, pour chaque couple d'images, on a :

$$\max^{(b)} \leq \max^{(g)} \quad \text{et} \quad \sigma^{(b)} \leq \sigma^{(g)}$$

2. La méthode des corrections de distorsions est stable, dans le temps et dans l'espace, au 2/100<sup>ème</sup> de pixels si l'on prend la modélisation par des B\_splines de la croix, et au 3/100<sup>ème</sup> de pixels si l'on choisit la modélisation par la double-gaussienne.

#### 4.4 Facteur influençant les distorsions

Dans cette partie, nous avons tenté de mettre en évidence les sources de distorsions. Deux facteurs de distorsions ont été mis en avant : l'ouverture de l'iris et le réglage de la netteté.

##### 4.4.1 Ouverture de l'iris

Dans cette expérience, nous avons pris 6 images  $I_i$  d'une mire identique, mais avec une ouverture de l'iris différente à chaque prise d'image. L'objectif utilisé est un SCHNEIDER, de longueur focale  $f = 17mm$ .

	$I_{1b} \rightarrow I_1$	$I_{1b} \rightarrow I_2$	$I_{1b} \rightarrow I_3$	$I_{1b} \rightarrow I_4$	$I_{1b} \rightarrow I_5$	$I_{1b} \rightarrow I_{5b}$	$I_4 \rightarrow I_5$
$\max^{(g)}$	0.116	0.082	0.090	0.075	0.080	0.104	0.068
$\sigma^{(g)}$	0.029	0.030	0.027	0.029	0.027	0.038	0.029
		$I_1 \rightarrow I_2$	$I_1 \rightarrow I_3$	$I_1 \rightarrow I_4$	$I_1 \rightarrow I_5$	$I_1 \rightarrow I_{5b}$	$I_4 \rightarrow I_{5b}$
$\max^{(g)}$		0.109	0.101	0.113	0.082	0.108	0.096
$\sigma^{(g)}$		0.030	0.024	0.027	0.023	0.032	0.039
			$I_2 \rightarrow I_3$	$I_2 \rightarrow I_4$	$I_2 \rightarrow I_5$	$I_2 \rightarrow I_{5b}$	$I_5 \rightarrow I_{5b}$
$\max^{(g)}$			0.090	0.106	0.095	0.114	0.083
$\sigma^{(g)}$			0.029	0.028	0.031	0.032	0.035
				$I_3 \rightarrow I_4$	$I_3 \rightarrow I_5$	$I_3 \rightarrow I_{5b}$	
$\max^{(g)}$				0.089	0.086	0.087	
$\sigma^{(g)}$				0.026	0.027	0.034	

TAB. 2 - : Stabilité lors de la modélisation d'une croix par la double-gaussienne

	$I_{1b} \rightarrow I_1$	$I_{1b} \rightarrow I_2$	$I_{1b} \rightarrow I_3$	$I_{1b} \rightarrow I_4$	$I_{1b} \rightarrow I_5$	$I_{1b} \rightarrow I_{5b}$	$I_4 \rightarrow I_5$
$\max^{(b)}$	0.047	0.051	0.049	0.051	0.055	0.080	0.059
$\sigma^{(b)}$	0.020	0.018	0.017	0.016	0.023	0.028	0.021
		$I_1 \rightarrow I_2$	$I_1 \rightarrow I_3$	$I_1 \rightarrow I_4$	$I_1 \rightarrow I_5$	$I_1 \rightarrow I_{5b}$	$I_4 \rightarrow I_{5b}$
$\max^{(b)}$		0.051	0.043	0.040	0.051	0.059	0.063
$\sigma^{(b)}$		0.017	0.015	0.016	0.019	0.023	0.027
			$I_2 \rightarrow I_3$	$I_2 \rightarrow I_4$	$I_2 \rightarrow I_5$	$I_2 \rightarrow I_{5b}$	$I_5 \rightarrow I_{5b}$
$\max^{(b)}$			0.043	0.048	0.042	0.058	0.054
$\sigma^{(b)}$			0.017	0.020	0.017	0.018	0.022
				$I_3 \rightarrow I_4$	$I_3 \rightarrow I_5$	$I_3 \rightarrow I_{5b}$	
$\max^{(b)}$				0.026	0.060	0.068	
$\sigma^{(b)}$				0.012	0.020	0.027	

TAB. 3 - : Stabilité lors de la modélisation d'une croix par les B.splines



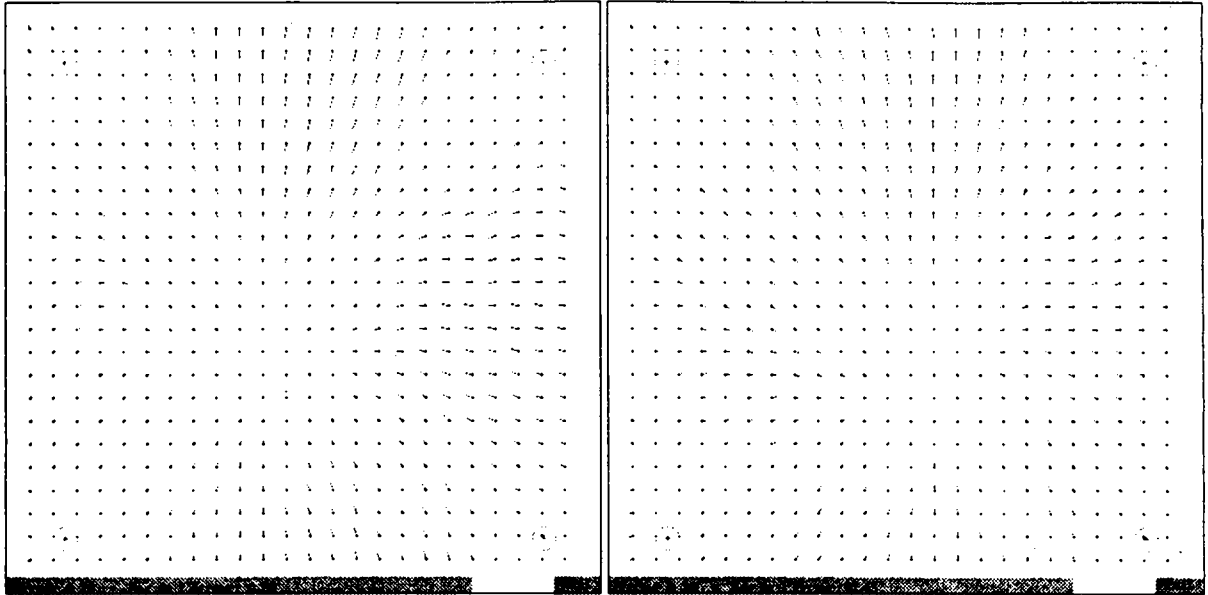


FIG. 11 - : Corrections de distorsions grâce aux mires  $I_1$  (iris=2.0) et  $I_6$  (iris=11.0)

Voici les valeurs de l'iris que nous avons prises : 2.0 (pour  $I_1$ ), 2.8, 4.0, 5.6, 8.0 et 11.0 (pour  $I_6$ ). Comme précédemment, nous avons calculé, pour chaque couple  $(I_i, I_j)$  d'images :

$$\max = \max_{(x,y)} \|C^i(x,y) - C^j(x,y)\|$$

$$\sigma = \left( \frac{1}{n} \sum_{(x,y)} \|C^i(x,y) - C^j(x,y)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Les corrections de distorsions des images  $I_1$  et  $I_6$  sont schématisées sur la figures 11. Les résultats obtenus se trouvent dans le tableau 4. Ces chiffres montrent très clairement que plus l'ouverture de l'iris est forte (donc a une mesure petite), plus les distorsions varient. Par contre, lorsque l'on ferme l'iris, les distorsions sont stables (les différences de distorsions sont comparables aux chiffres de la sous-section 4.3.2).

Ces variations s'expliquent bien. En effet, lorsque l'iris est grandement ouvert, les rayons lumineux qui vont former l'image peuvent passer par le centre de la lentille, mais aussi sur les bords de celle-ci. Ainsi, des distorsions sont créées, et elles varient beaucoup si l'on change le réglage de l'iris car les distorsions sont plus grandes et plus instables lorsque l'on s'éloigne du centre de la lentille (variations des distorsions de l'ordre du  $1/10^{\text{ème}}$  de pixel)

Par contre, lorsque l'iris est presque fermé, les rayons lumineux passent par le centre de la caméra, produisant ainsi un minimum de distorsions.

#### 4.4.2 Réglage de la netteté

Cette expérience a pour but de montrer le rôle joué dans la stabilité des distorsions du réglage de la netteté de la caméra. Pour cela, nous avons pris 7 images de la mire, avec une ouverture constante de l'iris égale à 15, mais avec un réglage de la netteté prenant les valeurs 0.35 (pour  $I_1$ ), 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 2.0 et l'infini (pour  $I_7$ ). Comme pour le test précédent, nous avons calculé

$$\sigma = \left( \frac{1}{n} \sum_{(x,y)} \|C^i(x,y) - C^j(x,y)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

	$I_1 \rightarrow I_2$	$I_1 \rightarrow I_3$	$I_1 \rightarrow I_4$	$I_1 \rightarrow I_5$	$I_1 \rightarrow I_6$
max	0.135	0.158	0.147	0.161	0.155
$\sigma$	0.072	0.096	0.086	0.098	0.091
		$I_2 \rightarrow I_3$	$I_2 \rightarrow I_4$	$I_2 \rightarrow I_5$	$I_2 \rightarrow I_6$
max		0.068	0.069	0.072	0.086
$\sigma$		0.033	0.030	0.035	0.034
			$I_3 \rightarrow I_4$	$I_3 \rightarrow I_5$	$I_3 \rightarrow I_6$
max			0.062	0.049	0.079
$\sigma$			0.027	0.021	0.0302
				$I_4 \rightarrow I_5$	$I_4 \rightarrow I_6$
max				0.058	0.046
$\sigma$				0.025	0.019

TAB. 4 - : Influence de l'ouverture de l'iris de la caméra sur les distorsions

	$I_1 \rightarrow I_2$	$I_1 \rightarrow I_3$	$I_1 \rightarrow I_4$	$I_1 \rightarrow I_5$	$I_1 \rightarrow I_6$	$I_1 \rightarrow I_7$
$\sigma$	0.036	0.034	0.053	0.040	0.061	0.054
		$I_2 \rightarrow I_3$	$I_2 \rightarrow I_4$	$I_2 \rightarrow I_5$	$I_2 \rightarrow I_6$	$I_2 \rightarrow I_7$
$\sigma$		0.026	0.034	0.032	0.044	0.044
			$I_3 \rightarrow I_4$	$I_3 \rightarrow I_5$	$I_3 \rightarrow I_6$	$I_3 \rightarrow I_7$
$\sigma$			0.036	0.026	0.042	0.038
				$I_4 \rightarrow I_5$	$I_4 \rightarrow I_6$	$I_4 \rightarrow I_7$
$\sigma$				0.033	0.024	0.039
					$I_5 \rightarrow I_6$	$I_5 \rightarrow I_7$
$\sigma$					0.036	0.029
						$I_6 \rightarrow I_7$
$\sigma$						0.037

TAB. 5 - : Stabilité des distorsions lorsque l'on modifie la mise au point

Les résultats se trouvent dans le tableau 5 Ces chiffres montrent que les distorsions sont instables lorsque l'on modifie le réglage de la netteté. Par contre, les instabilités sont homogènes autour de  $\sigma = 0.05$  lorsque l'on modifie beaucoup le réglage, ceci quelque soit les réglages choisis.

#### 4.5 Qualité de la correction des distorsions

Le but de ce travail est, rappelons-le, de replacer des points images de telle façon que des droites 3D se projettent sur le plan image de la caméra en droites 2D. Ainsi, nous allons vérifier l'alignement de points 2D, projetés de points 3D alignés, avant et après correction des distorsions.

Pour réaliser ce test, nous avons à notre disposition une grille virtuelle. Chaque ligne de cette grille est formée de points qui, après élimination des distorsions, doivent être alignés. Afin de vérifier la qualité des alignements, nous avons réalisé une régression linéaire autour des points qui doivent former une droite [18].

Les résultats obtenus sont exprimés dans les figures 12 et 14 (recherche des croix par une double-gaussienne) et dans les figures 13 et 15 (croix recherchées par les B\_splines). Chaque figure a en abscisse l'indice de la ligne ou de la colonne de la grille que l'on a ajustée (ligne

formée des  $n$  points de coordonnées  $(x_i, y_i)$ , et en ordonnée la valeur de l'écart-type  $\sigma$  égale à :

$$\sigma = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - a - bx_i}{\sqrt{1 + b^2}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

où  $y = ax + b$  est l'équation de la droite qui ajuste au mieux, au sens des moindres carrés, les  $n$  points  $(x_i, y_i)$ .

Les figures 12 à 15 comprennent 4 courbes : la première montre la valeur de  $\sigma$  lorsque les distorsions ne sont pas éliminées, et les 3 autres courbes montrent  $\sigma$  après correction des distorsions grâce aux mires 1, 5 et 5b de l'expérience de la section 4.3. On pourra aussi se reporter à la figure 1 qui montre exagérément la courbure de la première ligne horizontale avant et après correction des distorsions par la méthode des B-splines.

Les conclusions sont très favorables. Le processus employé enlève bien les distorsions, et permet d'aligner les croix de façon presque parfaite, et ceci quelque soit la méthode employée (double-gaussienne ou B-spline), ou la mire utilisée. Le gain obtenu après correction des distorsions paraît peu important si l'on ne considère que les alignements de points suivant des verticales. Par contre, on gagne un facteur 10 sur les alignements de points suivant des horizontales.

## 5 Conclusions

Nous avons présenté une méthode pour éliminer les distorsions de caméras afin de pouvoir modéliser une caméra par le modèle sténopé. Cette méthode s'appuie sur l'observation d'une mire faite de lignes qui s'intersectent suivant des points alignés. Le but est de créer une transformation point par point du repère image (qui contient des distorsions) vers un repère virtuel (sans distorsion), puis de reprojeter ces points dans un repère proche du repère initial. Une difficulté réside dans l'extraction précise de chaque point d'intersection de la mire utilisée. Deux algorithmes d'extraction des points ont été examinés : par une modélisation globale d'une croix grâce à une fonction en forme de double-gaussienne, et par une méthode qui approche le milieu de chaque ligne afin de trouver la position exacte des 2 lignes. La seconde méthode s'est avérée plus précise, et aussi plus simple (cette méthode étant linéaire).

Les résultats des tests ont été satisfaisants, et ont montré que la méthode est stable, mais que les distorsions sont affectées par des changements de réglage de l'iris et de la netteté de la caméra. Il faut quand même noter que les corrections initiales de l'ordre de 0.5 points ne sont modifiées que de valeurs plus faibles, et sur notre objectif, de moins de 0.07. Donc, une correction à priori permet :

- si les paramètres sont fixés, une précision de 0.02 point image.
- si l'on ne change que la mise au point, il faut rajouter à 0.02 une variation de 0.05, soit environ  $\sqrt{0.02^2 + 0.05^2} = 0.05$  point image.
- si l'on autorise en plus une modification de l'ouverture de l'iris, il faut rajouter une variation de 0.10 pixel, soit environ  $\sqrt{0.05^2 + 0.10^2} = 0.11$  point image.

D'autre part, le gain obtenu sur les alignements de points n'est pas négligeable. En effet, les tests ont fait apparaître un gain de facteur 10 sur les alignements de points avant et après correction des distorsions.

Le modèle présenté ne fait ici aucune restriction sur la forme de la distorsion. Cette approche du problème est donc très différente des approches plus classiques de modélisation de distorsions des caméras, qui furent introduites par Tsai. Par exemple, on n'utilise à aucun moment l'hypothèse d'avoir le centre de la distorsion radiale qui coïncide avec l'intersection de l'axe principal avec le plan image.

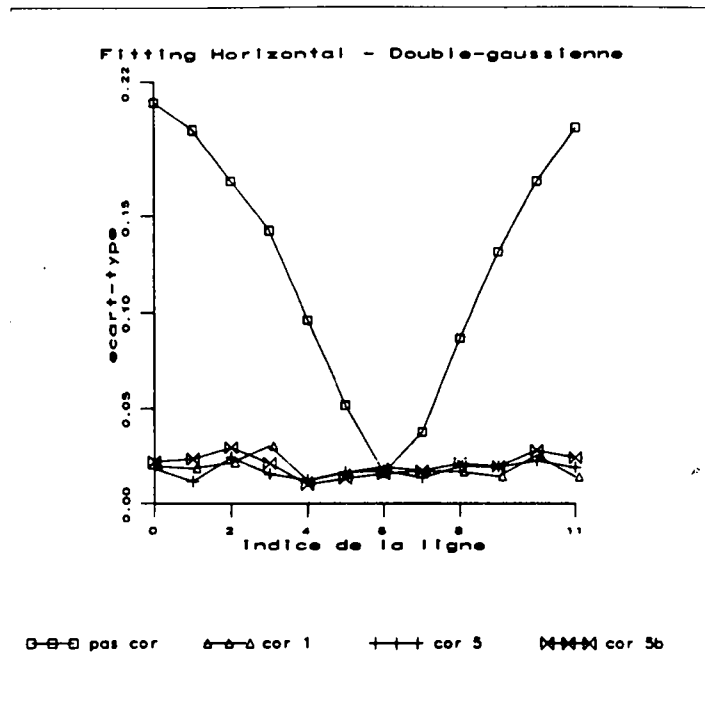


FIG. 12 - : Alignements horizontaux par la méthode de la double-gaussienne

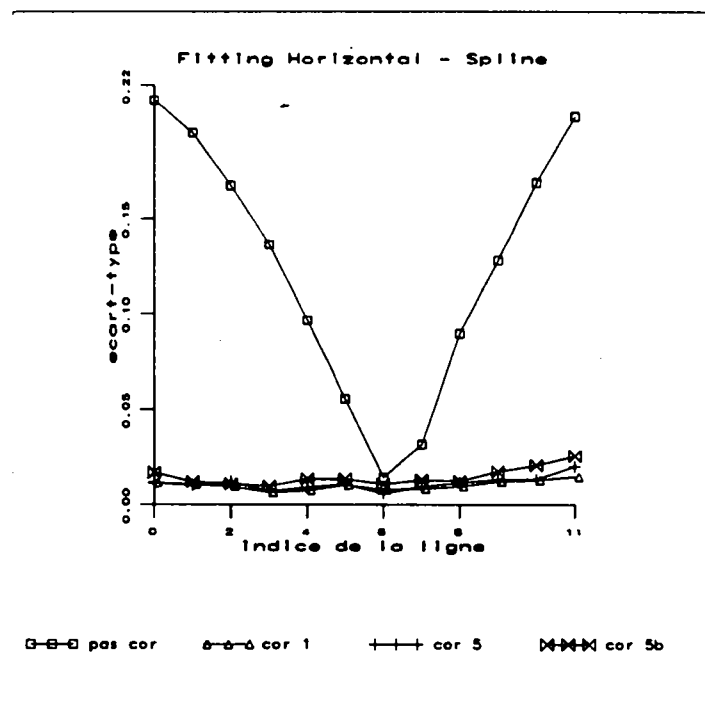


FIG. 13 - : Alignements horizontaux par la méthode utilisant les B\_splines

- [18] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling W.T. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1988.
- [19] J.G. Semple and G.T. Kneebone. *Algebraic Projective Geometry*. Oxford Science Publication, 1952.
- [20] K. Tarabanis and R.Y. Tsai. Computing viewpoints that satisfy optical constraints. In *Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Maui, Hawaii, USA*, pages 152-158, 1991.
- [21] R.Y. Tsai. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision. In *Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami Beach, Florida, USA*, pages 364-374, 1986.
- [22] G.Q. Wei and S.D. Ma. Two plane camera calibration: a unified model. In *Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Maui, Hawaii, USA*, pages 133-138, 1991.
- [23] J. Weng, P. Cohen, and M. Herniou. Calibration of stereo cameras using a non-linear distortion model. In *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition, Atlantic City, New Jersey, USA*, pages 246-253, 1990.
- [24] J. Weng, P. Cohen, and M. Herniou. Camera calibration with distortion models and accurate evaluation. *IEEE Transactions on PAMI*, 14(10):965-980, October 1992.



---

Unité de Recherche INRIA Rhône-Alpes

46, avenue Félix Viallet - 38031 GRENOBLE Cedex (France)

Unité de Recherche INRIA Lorraine Technopôle de Nancy-Brabois - Campus Scientifique

615, rue du Jardin Botanique - B.P. 101 - 54602 VILLERS LES NANCY Cedex (France)

Unité de Recherche INRIA Rennes IRISA, Campus Universitaire de Beaulieu 35042 RENNES Cedex (France)

Unité de Recherche INRIA Rocquencourt Domaine de Voluceau - Rocquencourt - B.P. 105 - 78153 LE CHESNAY Cedex (France)

Unité de Recherche INRIA Sophia Antipolis 2004, route des Lucioles - B.P. 93 - 06902 SOPHIA ANTIPOLIS Cedex (France)

---

EDITEUR

INRIA - Domaine de Voluceau - Rocquencourt - B.P. 105 - 78153 LE CHESNAY Cedex (France)

ISSN 0249 - 6399



★ R R . 1 9 3 3 ★